



Tanıtım

Tema: Sayılar - 1

Konu: Gerçek Sayıların Üslü ve Köklü Gösterimleri

Temanın Amacı: Gerçek sayıların üslü gösterimleri ile yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme

Anahtar Kavramlar: Bilimsel gösterim, üslü gösterim

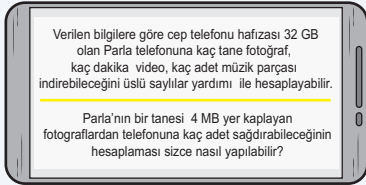
Köprü Kurma

Üslü sayılar günlük hayatta ve tüm bilim dallarında çok büyük ve ya çok küçük sayıları ifade etmek ve işlem yapabilmek için kullanılır. Aşağıda bununla ilgili birkaç örnek verilmiştir.

Bilgisayarların veri depolama kapasiteleri üslü sayılarla ifade edilir. Bu bilgisayarlar veri depolamak ve işlemek için ikili (binary) sistemi kullanır. Veri depolama kapasiteleri genellikle ikinin üslü biçiminde ifade edilir.

Örneğin;

- 1 bit (b)
- 1 byte (B) = 8 bits = 2^3 bits
- 1 kilobyte

Parla hesabını; $32 \text{ GB} = 32 \cdot 1024 \text{ MB} = 2^5 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^{15} \text{ MB}$ Fotograf = $4 \text{ MB} = 2^2 \text{ MB}$

$$= \frac{2^{15}}{2^2} = 2^{13} \text{ fotoğraf sığar biçiminde yapabilir.}$$

Kimya bilimi ile üslü sayılar arasındaki ilişkiyi gösteren örneklerden en bilineni Avogadro sayısıdır.

Avogadro sayısı maddelerin içerdiği atom sayısını belirtmek için kullanılır. Bu sayı üslü sayı biçiminde ifade edilir çünkü kimyasal reaksiyonlarda ve hesaplamalarda çok büyük sayılar ile çalışılır.

Örneğin;

1 mol su (H_2O molekülü yaklaşık olarak $(6,02 \cdot 10^{23})$ adet su molekülü içerir.

1 mol su 18 gr olduğuna göre 9 kg suda kaç tane su molekülü olduğu sizce nasıl hesaplanabilir?

Çözüm;

$$\frac{9000}{18} = 500 \text{ mol su olur.}$$

$$500 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 310 \cdot 10^{23} = 3,01 \cdot 10^{26} \text{ adet su molekülü vardır.}$$

Bir bitkinin büyümesi veya meyvenin çürümesi de üslü ifadelerle açıklanabilir. Örneğin bir bakteri kolonisindeki bakteri sayısı her saatte bir ikiye katlanırsa başlangıçta 1 bakteri varsa, 1 saat sonra 2 bakteri, 2 saat sonra 4 bakteri, 3 saat sonra 8 bakteri olur. Bu artış üslü bir şekilde devam edecektir.

Toplam Bakteri sayısı = (Başlangıçtaki bakteri sayısı) $\cdot$ 2 (Geçen saat sayısı)

Geçen Saat Sayısı	Bakteri Sayısı	
0	1	2^0
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
5	32	2^5
6	64	2^6
7	128	2^7
8	256	2^8
9	512	2^9
10	1024	2^{10}

Üslü Sayılar



Tanım

a bir gerçel sayı, n pozitif bir tam sayı olmak üzere, n tane a 'nın çarpımına a 'nın n . kuvveti denir ve

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tane}} = a^n$$

şeklinde gösterilir.

Burada a 'ya taban, n 'ye üs (kuvvet) adı verilir.

Aynı biçimde $\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ tane}} = a \cdot n$ olduğunu biliyoruz.



Örnek 1

Aşağıdaki tabloda birbirine eşit olan ifadeleri eşleştiriniz.

3^4	$(-7)^5$
$(-7)(-7)(-7)(-7)(-7)$	$\frac{1}{125}$
$\left(\frac{1}{5}\right)^3$	$25a^2$
$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6$	81
$(5a)^2$	6^4



Not

Sıfırdan farklı bir gerçel sayının sıfırıncı kuvveti 1 dir.

$$a \neq 0 \quad a^0 = 1 \quad (a \in \mathbb{R})$$

Özellikler

a ve b sıfırdan farklı gerçel sayılar, n pozitif tam sayı olmak üzere,

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$



Önemli

- 1 in tüm gerçel sayı kuvvetleri 1 dir.
- 0'ın pozitif kuvvetleri 0 dir.
- (-1) in çift kuvvetleri 1, tek kuvvetleri (-1) dir.



Örnek 2

$$(1453)^0 + (3^{100})^0 + (-1)^{2032} + (0)^{1071} =$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) -1 E) -2

$$= 1 + 1 + 1 + 0 = 3$$

Cevap B



Örnek 3

$(x)^{x-3} = 1$ olduğuna göre x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$x = 1 \text{ ise } (1)^{-2} = 1 \text{ olur.}$$

$$x - 3 = 0 \text{ ise } x = 3 \quad 3^0 = 1 \text{ olur.}$$

$$x = -1 \text{ ise } x - 3 = -4 \quad (-1)^{-4} = 1 \text{ olur.}$$

$$1 + 3 + (-1) = 3 \text{ bulunur.}$$

Cevap C



Örnek 4

a ve b birer doğal sayı olmak üzere

$$3^{a-1} = 2^{b-3}$$

eşitliğine göre $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$a - 1 = 0 \quad a = 1 \quad a + b = 4$$

$$b - 3 = 0 \quad b = 3$$

Cevap D



Önemli

Negatif Taban

- a pozitif gerçel sayı, n tam sayı olmak üzere
- n çift sayı ise $(-a)^n = a^n$
- n tek sayı ise $(-a)^n = -a^n$



Örnek 5

Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.

a) $3^{-2} = \frac{1}{9}$ e) $(-7^2) = -49$
b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$ f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{4}$
c) $(-2)^4 = 16$ g) $(-4)(-2)^0 = -4$
d) $(-2)^{-5} = -\frac{1}{32}$ h) $(-5)^3 = -125$



Örnek 6

a ve n birer tam sayıdır.

$$a^n = 16$$

eşitliğini sağlayan a ve n sayılarının toplamı kaç farklı değer alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

• $2^4 = 16$	• $(-2)^4 = 16$	• $(16)^1 = 16$	• $(-4)^2 = 16$
$2 + 4 = 6$	$-2 + 4 = 2$	$16 + 1 = 17$	$-4 + 2 = -2$

Cevap C



Gözlem

- $2^6 \cdot 2^4 \rightarrow \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)}_{10 \text{ tane } 2 \text{ var}} \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{10}$
- $3^5 \cdot 2^5 \rightarrow (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$
 $\rightarrow (3 \cdot 2)(3 \cdot 2)(3 \cdot 2)(3 \cdot 2)(3 \cdot 2)$
 $\rightarrow (3 \cdot 2)^5 = (6)^5 \text{ olur.}$

Yukarıda verilen gözlemde yola çıkarak aşağıdaki özelliklere ulaşılabilir:

Üslü sayılarda çarpma işlemi iki şekilde yapılır.

- Tabanlar aynı olursa üsler toplanır.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

- Üsler aynı olursa tabanlar çarpılır.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$



Örnek 7

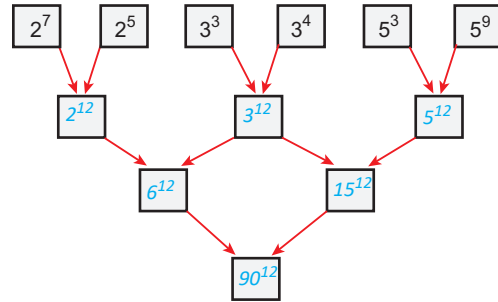
Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $5^7 \cdot 5^3 \cdot 5^{-4} = 5^6$
b) $(-3)^6 \cdot (-3)^3 = -3^9$
c) $(-7)^4(-2)^4 = 14^4$
d) $\left(-\frac{1}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 5^{-3}$



Örnek 8

Aşağıdaki şekil yanyana verilen ve oklarla birleştirilmiş kutular içerisindeki sayılar çarpılarak oluşturulmuştur.



Üslü Sayılarda Bölme



Gözlem

- $\frac{3^6}{3^4} \rightarrow \frac{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)}{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)} = 3 \cdot 3 = 3^2$
- $\frac{5^7}{3^7} \rightarrow \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$
 $\rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right) = \left(\frac{5}{3}\right)^7$

Yukarıda verilen gözlemde yola çıkarak aşağıdaki özelliklere ulaşılabilir:

Üslü sayılarda bölme işlemi iki şekilde yapılır.

- Tabanlar aynı ise üsler çıkarılır.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a, n, m \in \mathbb{R})$$

- Üstler aynı ise tabanlar bölünür.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \text{ olur. } (a, b, n \in \mathbb{R})$$



Örnek 9

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\frac{5^6 \cdot 5^8}{5^{10}} = 5^4$

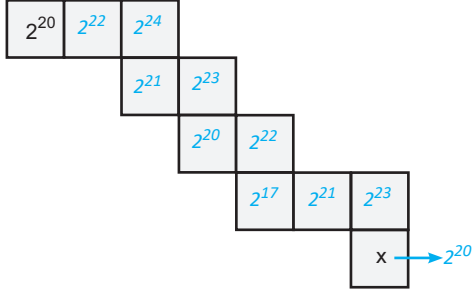
b) $\frac{6^5 \cdot 6^3}{2^8} = \frac{6^8}{2^8} = 3^8$

c) $\frac{a^{2x-1}}{a^{x-3}} = a^{2x-1-x+3} = a^{x+2}$

d) $\frac{(-3)^4 \cdot (-4^4)}{6^2 \cdot 6^{-2}} = \frac{-12^4}{6^2} = -\frac{12^4}{6^4} = -2^4 = -16$



Örnek 10



Yukarıdaki şekilde sayı bir birim kare sağa ilerlerken 4 ile çarpılıyor, bir birim kare aşağı inerken 8'e bölünüyor.

Buna göre 2^{20} den başlanırsa en son birim karede elde edilen x sayısı kaçtır?

- A) 2^{24} B) 2^{20} C) 2^{17} D) 2^{14} E) 2^{11}

Üslü Sayılarda Toplama ve Çıkarma

Üslü sayılarda tabanı ve üssü aynı olan ifadeler toplanıp çıkarılabilir.

$x \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$a \cdot x^n + b \cdot x^n - c \cdot x^n = (a + b - c) \cdot x^n \text{ dir.}$$



Örnek 11

a) $3 \cdot 2^4 + 5 \cdot 2^4 = 8 \cdot 2^4$

b) $7 \cdot 5^x - 2 \cdot 5^x = 5 \cdot 5^x = 5^{x+1}$

c) $3 \cdot 11^4 + 8 \cdot 11^4 - 6 \cdot 11^4 = 5 \cdot 11^4$

d) $3 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-2} - 9 \cdot 10^{-2} = 10^{-2}$

e) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 2^x(1 + 2 + 4) = 2^x \cdot 7$



Örnek 12

$6^5 = x$ olduğuna göre,

$6^5 + 6^6 + 6^7$ toplamının x cinsinden değeri kaçtır?

- A) $6x$ B) $12x$ C) $19x$ D) $43x$ E) $72x$

$$6^5(1 + 6 + 36) = 43 \cdot 6^5 = 43x$$

Cevap D



Örnek 13

$$3^a + 3^{a+1} = 108$$

olduğuna göre a değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$3^a(1 + 3) = 108$$

$$3^a = 27$$

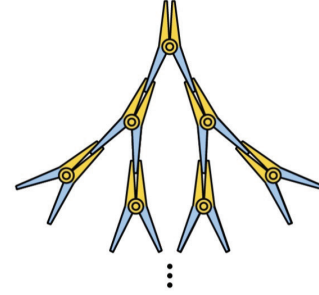
$$a = 3$$

Cevap C



Çıkış Soru 1

Selma, sarı ve mavi renklerden oluşan özdeş mandallarla tasarladığı bir oyuncağın 1. adımında yere bir mandal koyuyor. Sonraki her adımda bir önceki adımda koyduğu tüm mandalların mavi kısımlarına şekildeki gibi birer mandal takıp bir sonraki adıma geçiyor. Selma, bu oyuncağın ilk 3 adımını 7 mandal kullanarak aşağıdaki gibi tamamlıyor.



Buna göre Selma'nın 12. adımı tamamladıktan sonra kullandığı toplam mandal sayısı, 10. adımı tamamladıktan sonra kullandığı toplam mandal sayısından kaç fazladır?

- A) $3 \cdot 2^{10}$ B) $3 \cdot 2^{11}$ C) $7 \cdot 2^9$ D) $7 \cdot 2^{10}$ E) 2^{11}

(2024 TYT)

1. adımda $\rightarrow 2^0$ mandal konur.

2. adımda $\rightarrow 2^1$ mandal konur.

⋮

11. adımda $\rightarrow 2^{10}$ mandal konur.

12. adımda $\rightarrow 2^{11}$ mandal konur.

$$2^{10} + 2^{11} = 2^{10}(1 + 2) = 3 \cdot 2^{10}$$

Cevap A



Gözlem

$$(2^3)^4 \rightarrow \underbrace{(2^3)(2^3)(2^3)(2^3)}_{4 \text{ adet}} \rightarrow 2^{3+3+3+3} \text{ (Tabanlar aynı üsleri toplayalım)}$$

$$\rightarrow 2^{12}$$

$$\rightarrow (2^4)^3$$

Yukarıda verilen gözlemden yola çıkarak aşağıdaki sonuca ulaşılabilir:

$$(a^n)^m = (a^m)^n = (a)^{m \cdot n} \text{ dir.}$$

Üslü sayının üssünün üssü varsa bu sayılar çarpılabilir veya yer değiştirebilir.



Örnek 14

a) $(2^4)^3 = 2^{12}$

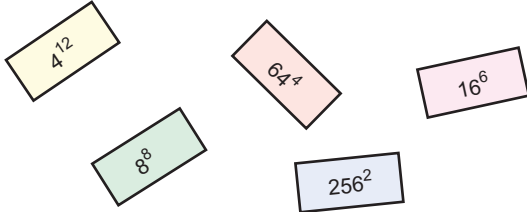
b) $((-3)^6)^2 = 3^{12}$

c) $(-2^{-3})^2 = 2^{-6}$

d) $\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}\right)^5 = -2^{15}$



Örnek 15



Yukarıdaki kutucuklarda verilen sayılardan hangi renkte olan kutucuktaki sayı diğerlerinden farklıdır?

- A) Sarı B) Kırmızı C) Pembe D) Yeşil E) Mavi

$$4^{12} = 2^{24} \quad 16^6 = 2^{24} \quad 256^2 = 2^{16} \text{ olur.}$$

$$64^4 = 2^{24} \quad 8^8 = 2^{24}$$

Cevap E



Örnek 16

$$\frac{4^6 \cdot 16^3}{64^4}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2^7 B) 2^5 C) 2^3 D) 2 E) 1

$$\frac{2^{12} \cdot (2^4)^3}{(2^6)^4} = \frac{2^{12} \cdot 2^{12}}{2^{24}} = \frac{2^{24}}{2^{24}} = 2^{24-24} = 2^0 = 1$$

Cevap E



Çıkış Soru 2

n kenarlı bir düzgün çokgenin içine yazılan bir a doğal sayısı ile oluşturulan sembol ile $n \cdot a^n$ sayısı gösterilmektedir.

Örneğin, sembolü ile $3 \cdot 2^3 = 24$ sayısı gösterilmektedir.

Buna göre,



çarpımının değerini gösteren sembol aşağıdakilerden hangisidir?

- A) B) C) D) E)

(2018 TYT)

$$\boxed{3} = 4 \cdot 1^4 = 4$$

$$\triangle 3 = 3 \cdot 3^3 = 3^4$$

$$\boxed{3} = 4 \cdot 3^4 \text{ olur.}$$

Cevap B



Örnek 17

$$4^{32} \cdot 5^{68}$$

çarpımının sonucunda elde edilen sayı kaç basamaklıdır?

- A) 69 B) 68 C) 67 D) 66 E) 65

$$= (2^2)^{32} \cdot 5^{68} = 2^{64} \cdot 5^{68} = 10^{64} \cdot 5^4$$

$$= 625 \cdot 10^{64}$$

$$= 67 \text{ basamaklıdır.}$$

Cevap C



Örnek 18

$$(12)^4 \cdot (125)^3$$

sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

$$(2^2)^4 \cdot 3^4 \cdot (5^3)^3 = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^9$$

$$= 10^8 \cdot 3^4 \cdot 5 = 10^8 \cdot 405$$

$$11 \text{ basamaklıdır.}$$

Cevap A



1. $\frac{3^{103} - 3^{100}}{3^{100} + 3^{101} + 3^{102}}$
işleminin sonucu kaçtır?
$$= \frac{3^{100}(3^3 - 1)}{3^{100}(1 + 3 + 3^2)}$$
$$= \frac{26}{13} = 2 \text{ olur.}$$

2. $8^5 \cdot (25)^6$ sayısı kaç basamaklıdır?
$$= (2^3)^5 \cdot (5^2)^6$$
$$= 2^{15} \cdot 5^{12}$$
$$= 2^3 \cdot 2^{12} \cdot 5^{12} = 2^3 \cdot 10^{12}$$

13 basamaklıdır.

3. $\sqrt{75} - 2 \cdot \sqrt{27} + \sqrt{363} - \sqrt{147}$
işleminin sonucunu bulunuz.
$$= 5\sqrt{3} - 2 \cdot 3\sqrt{3} + 11\sqrt{3} - 7\sqrt{3}$$
$$= 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 11\sqrt{3} - 7\sqrt{3}$$
$$= 3\sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

4. $\sqrt{9 + \sqrt{80}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$
işleminin sonucunu bulunuz.
$$= \sqrt{9 + 2\sqrt{20}} + \sqrt{9 - 2\sqrt{20}}$$
$$= \sqrt{5} + \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{4}$$
$$= 2\sqrt{5} \text{ olur.}$$

5. Bir manav karpuz alacak olan müşterisine "Karpuzların ağırlığı 8 ile 15 kilogram arasında değişmektedir. Karpuzların kilogram fiyatı 1,2 TL dir." biçiminde bilgi veriyor.
Buna göre bir karpuz alan müşterinin ödeyeceği ücret aralığını bulup sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
x karpuz ağırlığı, y karpuz fiyatı olsun.

$$8 < x < 15$$

$$1,2 \cdot 8 < y < 1,2 \cdot 15$$

$$9,6 < y < 18$$

$$= (9,6, 18)$$



6. $A = [-3, 4]$ ve $B = (-2, 3]$
olduğuna göre,
a) $A \cap B$ kümesini bulunuz.
$$[-3, 4] \cap (-2, 3] = (-2, 3]$$

b) $A - B$ kümesini bulunuz.
$$[-3, 4] - (-2, 3] = [-3, -2] \cup (3, 4]$$

7. $\frac{2x-1}{3} < \frac{3x-1}{4}$
eşitsizliğinin çözüm aralığını sayı doğrusunda gösteriniz.

$$\begin{aligned} 12 \cdot \frac{2x-1}{3} &< \frac{3x-1}{4} \cdot 12 \\ 8x-4 &< 9x-3 \\ -1 &< x \\ \text{Ç.K} &= (-1, \infty) \end{aligned}$$

8. a ve b gerçel sayılar ve

$$-2 < a < 5$$

$$-1 \leq b < 6$$

olduğuna göre, $2a + b$ ifadesinin en büyük ve en küçük tam sayı değerlerini bulunuz.

$$\begin{aligned} -4 &< 2a < 10 \\ -1 &\leq b < 6 \\ + & \\ -5 &< 2a + b < 16 \end{aligned}$$

En büyük tamsayı değeri 15
En küçük tamsayı değeri -4 tür.

9. $f(x)$ doğrusal fonksiyondur

$$f(2) = 5$$

$$f(-1) = 14$$

olduğuna göre, $f(6)$ kaçtır?

$f(x)$ doğrusal fonksiyon ise $f(x) = ax + b$ 'dir

$$f(2) = 2a + b = 5$$

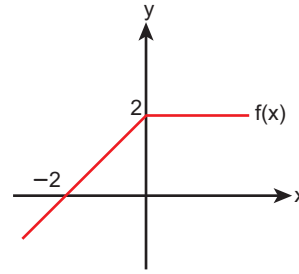
$$f(-1) = -a + b = 14$$

$$\begin{array}{r} + \\ -3a = 9 \end{array}$$

$$a = -3 \text{ a denklemde yerine yazılarak } b = -1$$

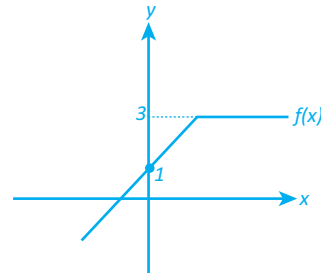
$$f(x) = -3x - 1 \text{ } f(6) = -19 \text{ olur.}$$

- 10.



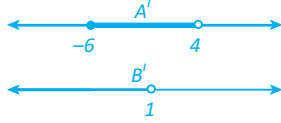
$f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$y = f(x - 2) + 1$ grafiğini çiziniz.





Buna göre $A' - B'$ kümesini cebirsel gösterim ile ifade ediniz.



$A' - B' = [1, 4)$ olur.

7. E, evrensel kümedir.

$$E = \{0, 1, 2, 3, \dots, 7\}$$

$$A' = \{2, 4, 6, 7\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6\}$$

$S(A \cap B) = 2$ olduğuna göre $S(B')$ kaçtır?

$$A = \{0, 1, 3, 5\}$$

B kümesinde $\{2, 6\}$ olmak zorundadır.

$A \cap B$ de 2 elemanlı olduğundan $S(B) = 4$ olmak zorundadır.

$$S(B') = S(E) - S(B) = 8 - 4 = 4 \text{ bulunur.}$$

8. x gerçel sayı ve $x \in [-1, 5)$ olduğuna göre $\frac{5-3x}{2}$ ifadesinin kaç farklı tam sayı değeri vardır?

$$-1 \leq x < 5$$

$$-15 < -3x \leq 3$$

$$-10 < -3x + 5 \leq 8$$

$$-5 < -\frac{3x+5}{2} \leq 4 \text{ tam sayı değerleri } \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \text{ tür.}$$

9. f doğrusal fonksiyonu $A = \{-2, a, 3\}$ kümesinden $B = \{b, c, 11\}$ kümesine tanımlıdır.

$f(x) = 3x - 1$ olduğuna göre $a + b + c$ kaçtır?

$$f(-2) = 3 \cdot (-2) - 1 = -7$$

$$f(0) = 3 \cdot 0 - 1$$

$$f(3) = 3 \cdot 3 - 1 = 8$$

$$3 \cdot 0 - 1 = 11$$

$$0 = 4$$

$$0 + b + c = 4 + 1 = 5$$

$$b + c = 8 + (-7)$$

$$= 1$$

10. Aşağıdaki ifadeleri sadeleştiriniz.

$$a) 4a^2 - 49b^2 = (2a)^2 - (7b)^2 = (2a - 7b)(2a + 7b)$$

$$b) x^2 - 12xy + 36y^2 = (x - 6y)^2$$

$$c) (m + 2)(m - 2) \cdot (m^2 + 4) = (m - 2)(m + 2)(m^2 + 4) = (m^2 - 4)(m^2 + 4) = (m^4 - 16)$$

$$d) a^2 - a + \frac{1}{4} = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2$$

5. $\frac{(a-b)^2 + 4ab}{a^2 - b^2}$
ifadesinin sadeleştirilmiştir biçimini bulunuz.

$$\begin{aligned} &= \frac{a^2 - 2ab + b^2 + 4ab}{a^2 - b^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{(a+b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{(a+b)}{(a-b)} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

6. Bir belediye su faturalarını aşağıdaki gibi düzenlemektedir.
- $[0, 5)$ m³ aralığında kullanımda sabit 40 ₺
 - $[5, 20)$ m³ aralığında sabit ücret üzerine 5 m³ ü aşan kısım için 6₺
 - $[20, \infty)$ m³ aralığında sabit 100 ₺, her kullanılan m³ için 2 ₺
- olduğuna göre belediyenin su faturalarını hesaplatan parçalı fonksiyonu yazınız.

$$f(x) = \begin{cases} 40 & , 0 \leq x < 5 \\ 40 + (x-5)6 & , 5 \leq x < 20 \\ 100 + x \cdot 2 & , 20 \leq x < \infty \end{cases}$$

7. $x \in (3, 4)$ ve $y \in (-2, 6)$ olmak üzere $y - x \in (m, n)$ olabilecek en dar (m, n) aralığı için $n - m$ kaçtır?

$$\begin{array}{r} -2 < y < 6 \\ + \quad -4 < -x < -3 \\ \hline -6 < y - x < 3 \text{ olur.} \end{array} \quad \begin{array}{l} y - x \in (-6, 3) \text{ olur.} \\ 3 - (-6) = 9 \text{ bulunur.} \end{array}$$

8. $x + 5 < 2x - 10 \leq 3x - 15$
eşitsizliğini sağlayan kaç x tam sayısı vardır?

$$\begin{array}{r} x + 5 < 2x - 10 \quad 2x - 10 \leq 3x - 15 \\ 15 < x \quad 5 \leq x \\ \swarrow \quad \searrow \\ 5 \leq x < 15 \text{ aralığındadır.} \\ 10 \text{ tam sayı vardır.} \end{array}$$

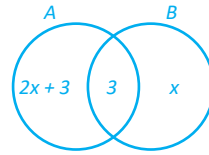
9. A ve B kümeleri için,

$$s(A) = 2s(B)$$

$$s(A \cup B) = 21$$

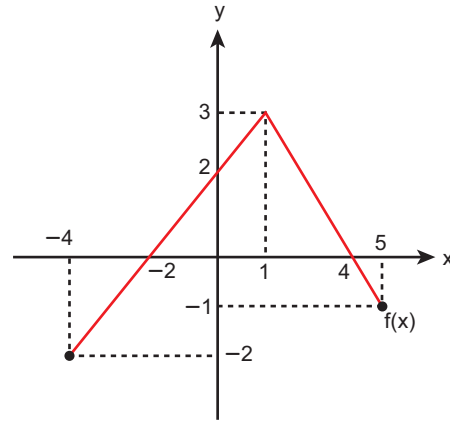
$$s(A \cap B) = 3$$

olduğuna göre $s(A)$ kaçtır?



$$\begin{aligned} 2x + 3 + 3 + x &= 21 \\ 3x + 6 &= 21 \\ 3x &= 15 \\ x &= 5 \\ s(A) &= 2x + 3 \\ &= 16 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

- 10.



Şekilde $f(x)$ in grafiği verilmiştir.

Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

- $f(x)$ 'in tanım kümesini bulunuz.
- $f(x)$ 'in görüntü kümesini bulunuz.
- $f(x)$ 'in sıfırlarını bulunuz.
- $f(x) > 0$ olduğu aralığı bulunuz.
- $f(x)$ in artan olduğu aralığı yazınız.

a) $[-4, 5]$

b) $[-2, 3]$

c) -2 ve 4 sıfırlarıdır.

d) $[-4, 1]$ aralığında artandır.

7. $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x \leq a \\ ax - 7, & x > a \end{cases}$$

parçalı fonksiyonunda $f(1) > f(4)$ olduğuna göre a sayısının değer aralığını bulunuz.

$$\begin{aligned} 1. \text{ durum} \quad f(1) &= a - 7 & f(1) > f(4) \\ f(4) &= 4a - 7 & a - 7 > 4a - 7 \end{aligned}$$

$$0 > 3a \text{ olur.}$$

Soruda $a \in \mathbb{R}^+$ olduğundan 1. durum gerçekleşmez.

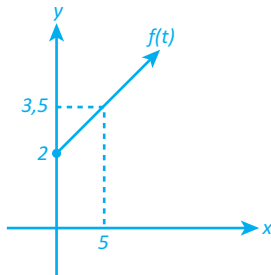
$$\begin{aligned} 2. \text{ durum} \quad f(1) &> f(4) \\ 2x + a \text{ ifadesi artandır.} \\ o \text{ sebeple 1 ve 4 } (2x + a)' \text{ya ait olamaz.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ durum} \quad 2 + a &> 4a - 7 \\ 9 &> 3a \\ 3 &> a \text{ olur.} \\ f(1) \text{ değeri } x < a \text{ olduğundan } a &> 1 \text{ dir.} \\ 3 &> a > 1 \text{ bulunur.} \\ a &\in (1, 3) \end{aligned}$$

8. Toprakla buluştuğunda boyu 2 metre olan bir fidanın uzunluğu her yıl 30 santimetre artmaktadır.
- a) Bu fidanın boyunun uzunluğunu yıllara göre gösteren $f(t)$ fonksiyonunu yazınız.

$$f(t) = 2 + x \cdot 0,3 \text{ (x yıl)}$$

- b) $f(t)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



9. a ve b tam sayılardır.

$$-4 < a < 3$$

$$-3 < b < 6$$

olduğuna göre $3a - 2b$ ifadesinin en büyük ve en küçük değerlerini bulunuz.

$$a = 2$$

$$b = -2$$

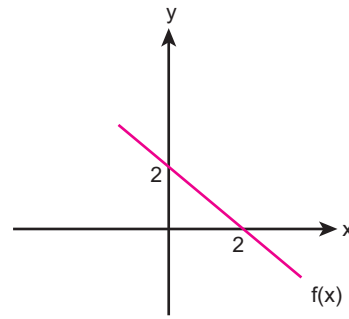
$$a = -3$$

$$b = 5$$

$$3 \cdot 2 - 2 \cdot (-2) = 10 \text{ (En büyük)}$$

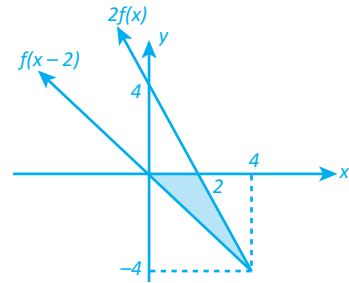
$$3 \cdot (-3) - 2 \cdot 5 = -19 \text{ (En küçük)}$$

- 10.



$f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$y = 2f(x)$ ve $y = f(x - 2)$ grafikleri ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.



Alan taban ile yüksekliğin çarpılıp 2 ye bölünmesi ile bulunur.

$$= \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ bulunur.}$$